

עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה י' – ברמת לימוד 5 יחידות

תלמידים יקרים,

לפניכם עבודת תרגול לקיץ במתמטיקה, לתלמידים המיועדים לרמת לימוד של 5 יחידות.

העבודה הינה הכנה למבחן, שייערך בתחילת שנת הלימודים הבאה.

עבודה מהנה,

חופשה נעימה,

ולהתראות בשנת הלימודים הבאה,

צוות המתמטיקה, אורט אבין.



שברים אלגבריים

כדי לצמצם שברים אלגבריים ניעזר בנוסחאות הכפל המקוצר ובפירוק הטרינום.

נוסחאות הכפל המקוצר - מעלה שנייה:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

דוגמה מספרית:

נפרק את הטרינום: $x^2 + 8x + 12$

$$\begin{array}{l} ___ \cdot ___ = 12 \\ ___ + ___ = 8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 6 \cdot 2 = 12 \\ 6 + 2 = 8 \end{array}$$

פירוק הטרינום הוא: $(x + 6) \cdot (x + 2)$

מהו פירוק הטרינום?

כדי לפרק את הטרינום: $x^2 + bx + c$ נמצא שני מספרים

k_1 ו- k_2 שמכפלתם שווה ל- c וסכומם שווה ל- b .

פירוק הטרינום הוא לפי התבנית: $(x + k_1) \cdot (x + k_2)$

1. צמצמו את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים בעזרת הטרינום ונוסחאות הכפל המקוצר:

$$\begin{array}{llll} \text{א.} \quad \frac{a^2 - a}{a - 1} & \text{ב.} \quad \frac{m^2 + m}{m^2 - 1} & \text{ג.} \quad \frac{k^2 + 4k + 4}{3k + 6} & \text{ד.} \quad \frac{2b^2 - 72}{b^2 - 7b + 6} \\ \text{ה.} \quad \frac{a^3 - a}{a^2 - 2a + 1} & \text{ו.} \quad \frac{k^3 - 6k^2 - 16k}{k^3 - 4k} & \text{ז.} \quad \frac{(a^2 + 2a) \cdot (a - 1)}{(a - 2) \cdot (a^2 + a - 2)} \end{array}$$

2. חברו וחסרו את השברים הבאים. צמצמו את התוצאה ככל הניתן:

$$\begin{array}{llll} \text{א.} \quad \frac{2}{a - 1} - \frac{1}{2a - 2} & \text{ב.} \quad \frac{1}{a^2 + a} + \frac{a - 1}{a} & \text{ג.} \quad \frac{2a^2}{2a^2 - 3a} - \frac{9}{6a - 9} & \text{ד.} \quad \frac{ab}{a - 2b} + \frac{2ab - 3a^2}{4a - 8b} \end{array}$$

3. צמצמו את השברים ופשטו את הביטוי ככל הניתן:

$$\begin{array}{llll} \text{א.} \quad \frac{x^2 + 5x}{x} \cdot \frac{x^2}{3x + 15} & \text{ב.} \quad \frac{p^2 - 4}{p + 2} \cdot \frac{p + 3}{p - 2} & \text{ג.} \quad \frac{7x + 21}{2x - 4} \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{7x^2 - 63} & \text{ד.} \quad \frac{a^3 - 4a^2 + 4a}{2a^2 - a} : \frac{a^2 - 6a + 8}{4a^2 - 1} \end{array}$$

תשובות:

$$(1) \text{ א. } a \quad \text{ב. } \frac{m}{m - 1} \quad \text{ג. } \frac{k + 2}{3} \quad \text{ד. } \frac{2(b + 6)}{b - 1} \quad \text{ה. } \frac{a(a + 1)}{a - 1} \quad \text{ו. } \frac{k - 8}{k - 2} \quad \text{ז. } \frac{a}{a - 2}$$

$$(2) \text{ א. } \frac{3}{2a - 2} \quad \text{ב. } \frac{a}{a + 1} \quad \text{ג. } 1 \quad \text{ד. } -\frac{3a}{4} \quad (3) \text{ א. } \frac{x^2}{3} \quad \text{ב. } p + 3 \quad \text{ג. } \frac{x - 2}{2(x - 3)} \quad \text{ד. } \frac{(a - 2) \cdot (2a + 1)}{a - 4}$$

המשוואה הריבועית

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{תזכורת! נוסחת השורשים:}$$

1. פתרו את המשוואות הבאות:

$$x^2 - 4 = (2x + 4)(x + 7) \quad \text{ב.}$$

$$x^2 - 2x + 6 = x(2x - 7) \quad \text{א.}$$

$$x(2x - 1) - 3(x - 5) = (3x - 1)(2 + x) - 5 \quad \text{ד.}$$

$$2(x - 1)(x - 5) = (x + 4)(2 - 2x) \quad \text{ג.}$$

2. פתרו את המשוואות הבאות:

$$\frac{x+1}{2x-3} - \frac{3x+1}{2x+3} = \frac{4x+6}{4x^2-9} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-2} = \frac{6}{(x+3)(x-2)} \quad \text{א.}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{4}{6-3x} = \frac{x+5}{6x+12} + \frac{9}{x^2-4} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{2-x} = \frac{5x+21}{x^2+x-6} \quad \text{ג.}$$

תשובות:

$$(1) \quad \text{א. } -1, 6 \quad \text{ב. } -2, -16 \quad \text{ג. } 1, 0.5 \quad \text{ד. } -11, 2.$$

$$(2) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } 0, 2 \quad \text{ג. } -1, 3 \quad \text{ד. } 13, 4.$$

מערכת משוואות ממעלה שנייה

פתרו את המערכות הבאות וכתבו את הפתרון בתור זוג סדור (x, y) :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 8 \\ y = 2x^2 + 8x + 2 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} xy = 9 \\ (x+1)(y-3) = 12 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

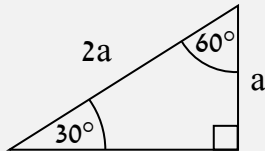
$$\begin{cases} 4y + x = 0 \\ 4y^2 + x^2 = 5 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

תשובות:

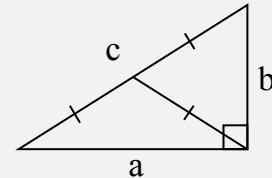
$$\text{א. } (1, 12), (-6, 26) \quad \text{ב. } (4, -3), (1.4, 4.8) \quad \text{ג. } (2, -0.5), (-2, 0.5) \quad \text{ד. } (-3, -3), (1, 9).$$

משולש ישר זווית

במשולש ישר זווית שזוויותיו 30° , 60° ו- 90°
הניצב שמול הזווית 30° שווה באורכו למחצית היתר.



במשולש ישר זווית התיכון ליתר
שווה באורכו למחצית היתר.



1. הישר AD הוא גובה במשולש $\triangle ABC$ ששטחו 336 סמ"ר.

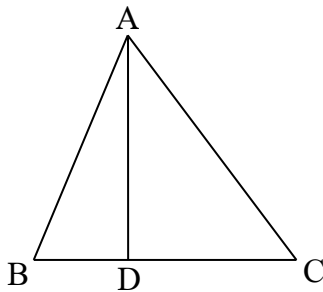
נתון: $BC = 28$ ס"מ, $AC = 30$ ס"מ.

א. חשבו את אורך הקטע CD.

ב. חשבו את היקף המשולש $\triangle ABC$.

ג. סמנו על גבי השרטוט את הנקודות E ו-F כאמצעי הצלעות AC ו-AB.

בהתאמה. חשבו את היקף המרובע DEAF.



2. הישר AD הוא הגובה לבסיס במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$. הנקודה F היא אמצע השוק AB.

א. הוכיחו: $AC = 2DF$.

ב. נתון שהקטע EF הוא גובה במשולש $\triangle BDF$.

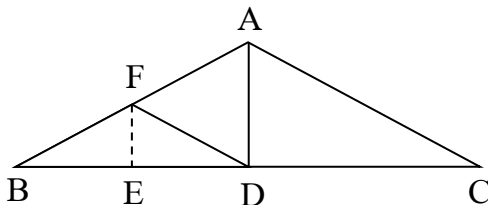
נתון: $\angle BAC = 120^\circ$.

הסבירו מדוע המשולש $\triangle ADF$ הוא שווה צלעות.

ג. נתון: $AC = 12$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע EF.

ד. נסמן: $BC = 8p$. מהו שטח הטרפז ADEF? הקיפו את התשובה הנכונה:

i. $4.5p$ ii. $6p$ iii. $9p$ iv. $12p$



3. אלכסוני הטרפז ישר הזווית ABCD ($AB \parallel CD$) נחתכים בנקודה O.

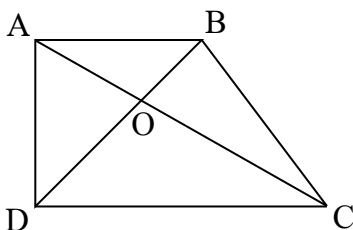
נתון: $\angle AOD = 75^\circ$, $\angle ABD = 45^\circ$, $AD \perp CD$.

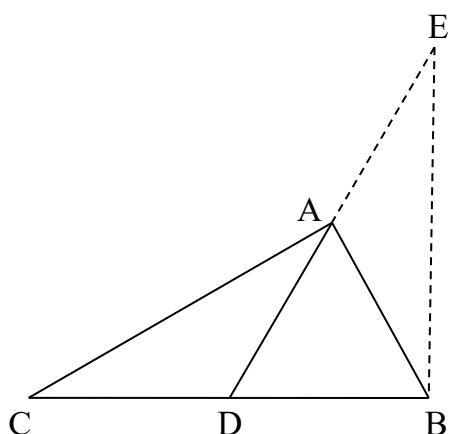
א. הסבירו מדוע מתקיים: $AB = AD$.

ב. חשבו את גודל הזווית $\angle ACD$.

ג. הוכיחו: $AC = 2AB$.

ד. קבעו איזה מהקטעים AD או DO, ארוך יותר. נמקו.





4. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$.
 הצלעות AB ו-AC הן בהתאמה הבסיסים במשולשים
 שווים השוקיים $\triangle ABD$ ו- $\triangle ACD$.
 א. הוכיחו: $\angle BAC = 90^\circ$.
 ב. הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD כמתואר בשרטוט.
 נתון: $AE = AD$, $BD \perp BE$.
 הסבירו מדוע מתקיים: $AB = BD$.
 ג. חשבו את הזווית $\angle ABD$.
 ד. הוכיחו: $AC = BE$.

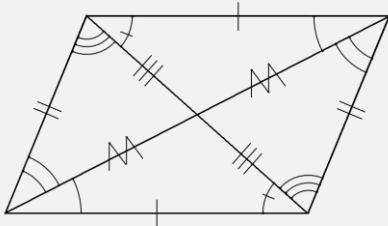
תשובות:

- (1) א. 18 ס"מ. ב. 84 ס"מ. ג. 56 ס"מ.
 (2) ג. 3 ס"מ. ד. iii.
 (3) ב. 30° . ד. במשולש $\triangle ADO$ הצלע AD ארוכה יותר כי הזווית שמול הצלע AD גדולה מהזווית שמול DO.
 (4) ג. 60° .

משפחת המקביליות

משפחת המקביליות כוללת את המקבילית, המלבן, המעוין והריבוע.

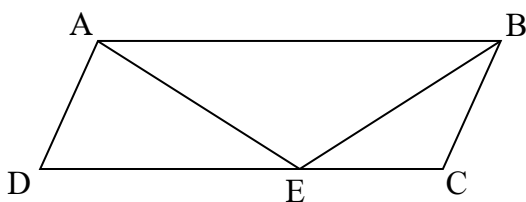
מקבילית היא מרובע בו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות.



- במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות.
- **(הפוך):** מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות, הוא מקבילית.
- **(הפוך):** מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות, הוא מקבילית.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- **(הפוך):** מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
- במקבילית סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא 180° .

כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא מקבילית? ... אם נוכיח שבאותו מרובע יש:

- זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות.
- שני זוגות של צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- שני זוגות של זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- אלכסונים חוצים זה את זה.



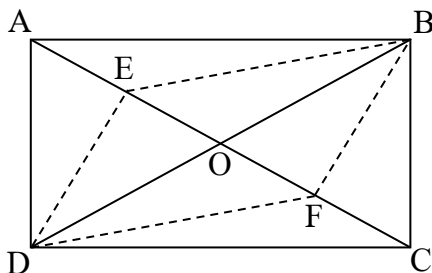
1. הנקודה E נמצאת על הצלע CD במקבילית ABCD.

נתון: $BE = AE$, $BC = CE$, נסמן: $\angle ABE = \alpha$.

הוכיחו:

א. $\angle AED = \angle BEC$

ב. $\angle AEB = \angle BAD$



2. אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.

א. הוכיחו: $\angle CBO = \angle ADO$.

ב. הישרים BF ו-DE הם בהתאמה חוצי הזוויות $\angle CBO$ ו- $\angle ADO$ כמתואר בשרטוט. הוכיחו: $DE = BF$.

ג. הוכיחו: המרובע BEDF הוא מקבילית.

3. נתון הטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$).

הנקודות M ו- N נמצאות על הבסיס CD

כמתואר בשרטוט. נתון: $AD = BM$.

א. שחר טען:

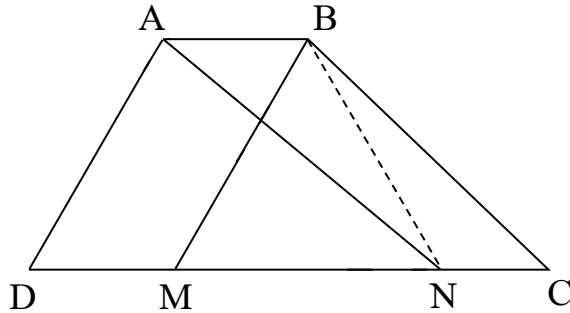
"ניתן להוכיח שהמרובע $ABMD$ הוא מקבילית".

האם שחר צודק? נמקו את תשובתכם.

ב. נתון: $\angle ABC = \angle ANC$. הוכיחו: המרובע $ABCN$ הוא מקבילית.

ג. נתון שהמרובע $ABMD$ הוא מקבילית. נתון: $\angle BNM = \angle BMN$.

הוכיחו: המרובע $ABND$ הוא טרפז שווה שוקיים.



4. הנקודות E ו- F נמצאות על צלעות המקבילית $ABCD$

כמתואר בשרטוט. נתון: $AF = CE$.

א. מתן טען: "בעזרת הנתונים לא ניתן להוכיח

שהמשולשים $\triangle ADF$ ו- $\triangle BCE$ חופפים". האם הוא צודק? נמקו.

ב. נתון: $AE = CE$. האם ניתן להוכיח שהמרובע $AECF$ הוא מעוין? נמקו.

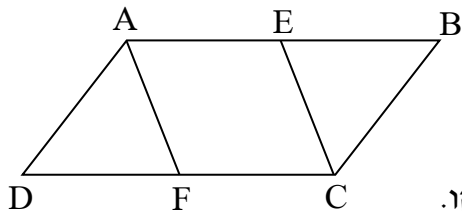
ג. נתון: $AECF$ מעוין והיקפו 16 ס"מ. נתון: $BE = AE$. הקיפו את **שתי הטענות** הנכונות:

i. שטח המעוין $AECF$ גדול פי 2 משטח המשולש $\triangle BCE$.

ii. שטח המעוין $AECF$ גדול פי 4 משטח המשולש $\triangle BCE$.

iii. שטח המקבילית $ABCD$ גדול פי 4 משטח המשולש $\triangle BCE$.

iv. שטח המקבילית $ABCD$ גדול פי 8 משטח המשולש $\triangle BCE$.



5. נתון המעוין $ABCD$ שאלכסוניו נחתכים בנקודה O .

הנקודות E ו- F נמצאות על האלכסון BD .

הנקודה F היא אמצע הקטע BO .

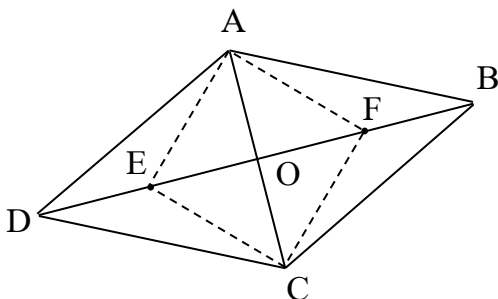
הנקודה E היא אמצע הקטע DO .

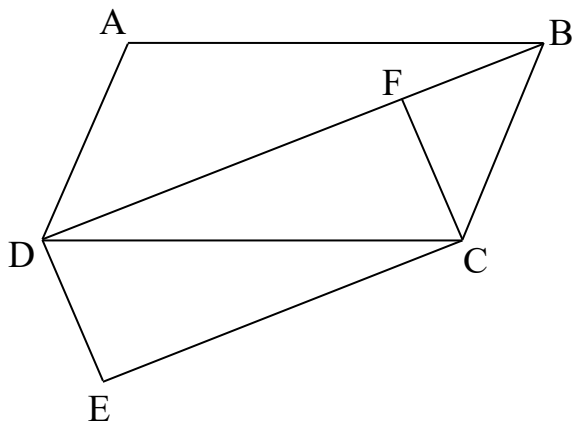
א. הוכיחו: $EO = FO$.

ב. הוכיחו: המרובע $AFCE$ הוא מעוין.

ג. נתון: $\angle AFO = 45^\circ$.

הוכיחו: המרובע $AFCE$ הוא ריבוע.





6. הנקודה F נמצאת על האלכסון BD במקבילית

ABCD. הנקודה E נמצאת מחוץ למקבילית.

נתון: $\angle ADB = 45^\circ$, $BF = CF$.

א. הוכיחו: $CF \perp BD$.

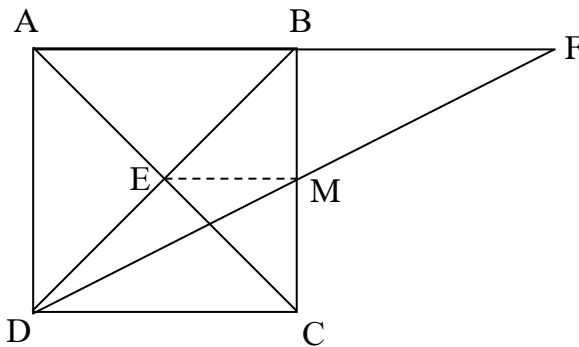
ב. נתון: $DE \perp CE$, $DE = FC$.

הוכיחו: המרובע CEDF הוא מלבן.

ג. נתון: $CD = 13$ ס"מ, $BF = 5$ ס"מ. חשבו את:

1. שטח המשולש ABCD.

2. היקף המלבן CEDF.



7. נתון הריבוע ABCD שאלכסוניו נחתכים

בנקודה E. הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB

כך שנתון: $BF = AB$.

הקטע DF חתך את הצלע BC בנקודה M.

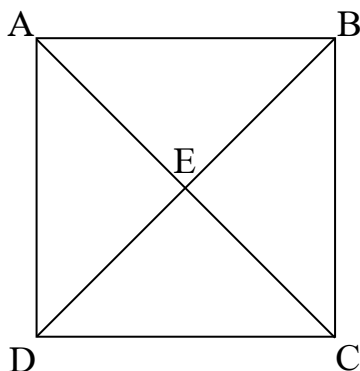
א. הוכיחו: $\triangle BFM \cong \triangle CDM$.

ב. חשבו את הזווית $\angle MBE$.

ג. הוכיחו: $EM \perp BC$.

ד. הסבירו מדוע מתקיים: $ME = BM$.

ה. נתון ששטח הריבוע ABCD הוא 64 סמ"ר. חשבו את שטח הטרפז BEMF.



8. נתונה המקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה E.

א. הקיפו את הטענות הנכונות:

i. אם $AB = CD$ אז המרובע ABCD הוא ריבוע.

ii. אם $AD = CD$ אז המרובע ABCD הוא מעוין.

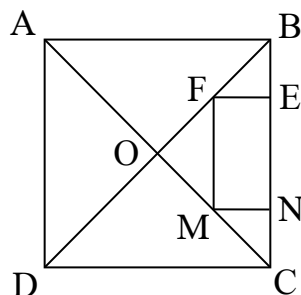
iii. אם $BE = AE$ אז המרובע ABCD הוא מלבן.

iv. אם $AC \perp BD$ אז המרובע ABCD הוא בהכרח ריבוע.

ב. נתון: האלכסון BD חוצה את הזווית $\angle ABC$.

קבעו אם מתקיים: $\triangle ABE \cong \triangle CBE$. נמקו את תשובתכם.

ג. נתון: $\angle ABE = 45^\circ$. הוכיחו: המרובע ABCD הוא ריבוע.



9. (*) אלכסוני הריבוע ABCD נחתכים בנקודה O.

המלבן EFMN ששטחו שמונה סמ"ר כלוא במשולש ABCO

כמתואר בשרטוט.

נתון: $MF = 4$ ס"מ.

חשבו את שטח:

א. הריבוע ABCD.

ב. המשולש $\triangle FMO$ (הדרכה: הורידו גובה מ-O לצלע BC).

תשובות:

(3) א. שחר טועה. כאשר יש במרובע זוג אחד של צלעות שהן מקבילות וגם שוות, אז המרובע הוא מקבילית.

לעומת זאת, במרובע ABMD יש זוג אחד של צלעות מקבילות וזוג שני של צלעות שוות. לכן, המרובע

ABMD אינו מקבילית.

(4) א. מתן צודק. מהנתונים נובע שבשני המשולשים יש זווית שווה ושתי צלעות שוות. אולם, הזווית אינה

בין שתי הצלעות ולכן אין אפשרות להיעזר במשפט החפיפה צלע-זווית-צלע כדי להוכיח חפיפה.

ב. לא ניתן להוכיח שהמרובע AECF הוא מעוין. ג. i, iii.

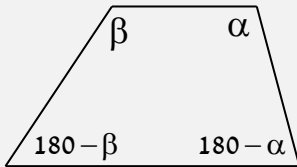
(6) ג. 1. 42.5 סמ"ר. 2. 34 ס"מ.

(7) ב. $\angle MBE = 45^\circ$. ה. 24 סמ"ר.

(8) א. ii, iii. ב. מתקיים.

(9) א. 64 סמ"ר. ב. 4 סמ"ר.

הטרפז

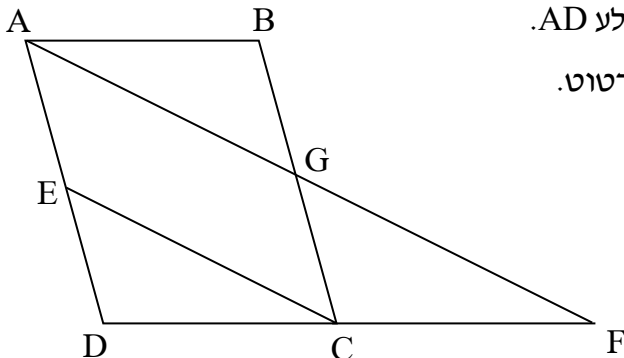


טרפז הוא מרובע שבו זוג צלעות נגדיות מקבילות ('בסיסים') וזוג צלעות שאינן מקבילות ('שוקיים').

- סכום שתי הזוויות הצמודות לאותה שוק שווה ל- 180° מעלות.
- בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- **(הפוך):** טרפז שבו הזוויות שליד אותו בסיס שוות הוא טרפז שווה שוקיים.
- **(הפוך):** טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא טרפז? ... אם נוכיח ש:

- רק זוג אחד של צלעות במרובע, מקבילות זו לזו (והזוג השני לא).
- זוג אחד של צלעות במרובע, מקבילות זו לזו אך אינן שוות זו לזו באורכן.



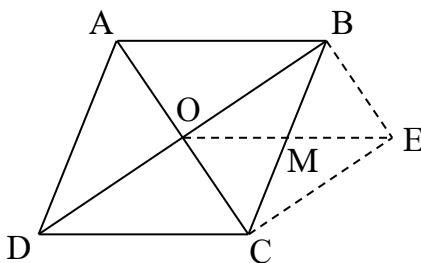
1. נתונה המקבילית ABCD. הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

ממשיכים את הקטע CD עד הנקודה F כמתואר בשרטוט.

הקטע AF חוצה את הצלע BC בנקודה G.

א. הוכיחו: המרובע AGCE הוא מקבילית.

ב. הוכיחו: המרובע AECF הוא טרפז.



2. אלכסוני המקבילית ABCD נחתכים בנקודה O. הנקודה E

נמצאת מחוץ למקבילית כך שהמרובע ABEO הוא מקבילית.

א. הוכיחו: המרובע CDOE הוא מקבילית.

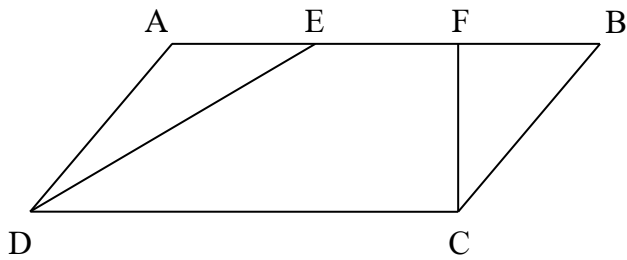
ב. נתון: המרובע BECO הוא מלבן.

הוכיחו: המקבילית ABCD היא מעוין.

ג. הקטע EO חותך את הצלע BC בנקודה M.

הוכיחו: שטחי הטרפזים ABMO ו-CDOM שווים זה לזה.

ד. קבעו אם ייתכן שהמרובע CDOM הוא דלתון. נמקו.



3. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB במקבילית

ABCD כך שמתקיים: $AE = EF = FB$.

א. חשבו את יחס השטחים: $\frac{S_{ABCD}}{S_{CFED}}$.

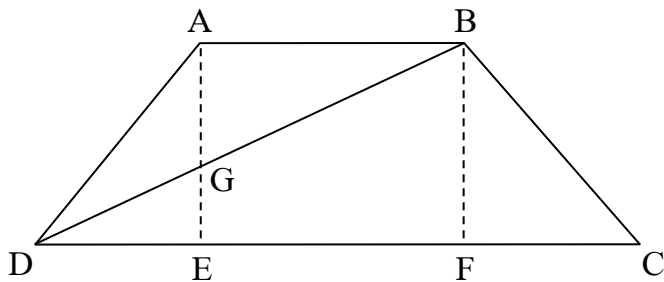
ב. נתון: $CF \perp AB$. נסמן: $CD = 18a$.

שטח הטרפז CDEF הוא $96a^2$.

הביעו באמצעות a את אורך CF.

ג. נתון: שטח הטרפז CDEF הוא 384 סמ"ר.

חשבו את היקף המקבילית ABCD.



4. בטרפז ABCD מופיעים הגבהים AE ו-BF.

נתון: $AD = AB$.

א. הוכיחו: $\angle ADB = \angle BDC$.

ב. הגובה AE והאלכסון BD נחתכים בנקודה G.

נסמן: $\angle ADB = \alpha$.

הביעו באמצעות α את הזווית $\angle AGB$.

ג. נתון: $BD \perp BC$.

הסבירו מדוע מתקיים: $\triangle ABG \sim \triangle FBC$.

ד. נתון: הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים. מצאו את α .

תשובות:

(2) ד. לא ייתכן. נתבונן במרובע CDOM. הצלעות CM ו-OM שוות זו לזו כי שתיהן חצאי אלכסונים

במלבן BECO. כדי שהמרובע CDOM יהיה דלתון, נצטרך שגם הצלעות CD ו-DO יהיו שוות זו לזו אך הדבר אינו אפשרי כי הן בהתאמה היתר והניצב במשולש ישר הזווית $\triangle CDO$ ועל כן בהכרח אינן שוות.

(3) א. 1.5. ב. $8a$. ג. 112 ס"מ.

(4) א. $90^\circ - \alpha$. ב. 30° .

הקו הישר

שיפוע הישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

משוואת הישר ששיפועו m אשר עובר בנקודה (x_1, y_1) היא: $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$.

כאשר שני ישרים מקבילים, אז שיפועיהם שווים: $m_1 = m_2$.

1. מצאו את משוואת הקו הישר ששיפועו 1- ועובר בנקודה: א. $(-1, -1)$ ב. $(-0.5, 4)$

2. א. מצאו את משוואות הישר העובר בנקודה $A(4, 5)$ ומקביל לישר $y = x + 9$.

ב. מצאו את משוואות הישרים המתקבלים לאחר שניזז את הישר שמצאתם:

1. מעלה למרחק של 4 יחידות.

2. ימינה למרחק של 4 יחידות.

3. בשרטוט נתונים שיעורי קודקודי המרובע ABCD.

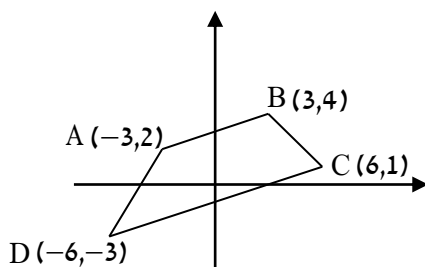
א. מצאו את משוואות הצלעות AB ו-CD.

ב. קבעו אם המרובע ABCD הוא טרפז. נמקו.

ג. מצאו את משוואת הצלע BC והקיפו את הנקודה

הנמצאת על המשך הצלע BC:

1. $(10, -2)$ 2. $(1, 6)$ 3. $(0, 6)$ 4. $(-1, 7)$



תשובות:

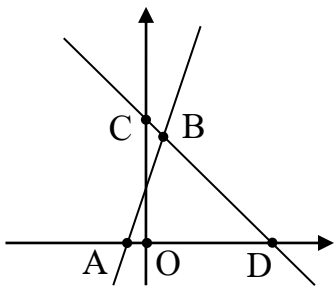
1) א. $y = -x - 2$ ב. $y = -x + 3.5$

2) א. $y = x + 1$ ב. $y = x + 5$ 2. $y = x - 3$

3) א. $AB: y = \frac{1}{3}x + 3$, $CD: y = \frac{1}{3}x - 1$ ב. יתכן, הצלעות AB ו-CD מקבילות זו לזו.

ג. משוואת BC: $y = -x + 7$ התשובה 2.

הפונקציה הקווית



1. בשרטוט מופיעים הגרפים של הפונקציות $f(x) = 3x + 9$ ו- $g(x) = -x + 13$.

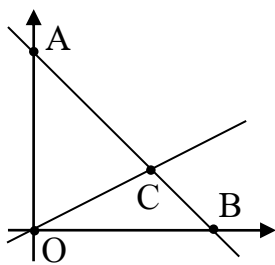
א. זהו איזה מהישרים - AB או CD - מתאים לכל אחת מהפונקציות. נמקו.

ב. קבעו איזו מהפונקציות עולה ואיזו מהפונקציות יורדת.

ג. השלימו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

עם הצירים: $A(_, _)$, $B(_, _)$, $C(_, _)$, $D(_, _)$.

ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.



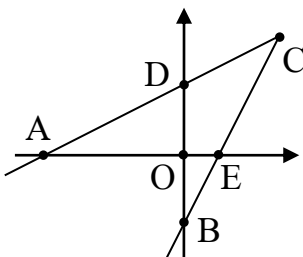
2. בשרטוט מופיעים הגרפים של הפונקציות $f(x) = -x + 6$ ו- $g(x) = 0.5x$.

א. זהו איזה מהישרים AB ו- CO מתאים לכל אחת מהפונקציות. נמקו.

ב. השלימו את שיעורי הנקודות: $A(_, _)$, $B(_, _)$, $C(_, _)$.

ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle BCO$.

ד. חשבו את ערך המכפלה: $g(3) \cdot f(0)$.



3. נתונות משוואות הישרים: $x - 2y = -6$ ו- $2x - y = 3$.

א. זהו איזו משוואה מתאימה לכל אחד מהישרים AC ו- BC . נמקו.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D , E .

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הישר BC .

ד. רשמו את אחד הסימנים $<$, $=$, $>$ במשבצת המיועדת לכך:

1. שטח המשולש $\triangle ABD$ שטח המשולש $\triangle ABCD$.

2. שטח המשולש $\triangle CDO$ שטח המשולש $\triangle CEO$.

ה. (*) חשבו את שטח המרובע $CDOE$ (הדרכה: העבירו את הישר CO וחלקו את המרובע למשולשים).

תשובות: (1 א.) הישר AB מתאים לפונקציה $f(x)$ והישר CD מתאים לפונקציה $g(x)$.

ב. הפונקציה $f(x)$ עולה והפונקציה $g(x)$ יורדת. **ג.** $A(-3,0)$, $B(1,12)$, $C(0,13)$, $D(13,0)$.

ד. חיוביות: $-3 < x$; שליליות: $x < -3$.

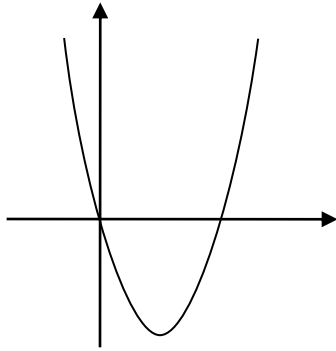
(2 א.) הישר CO מתאים לפונקציה $g(x)$ והישר AB מתאים לפונקציה $f(x)$.

ב. $A(0,6)$, $B(6,0)$, $C(4,2)$. **ג.** 6 יח"ר. **ד.** 9.

(3 א.) משוואת AC : $y = 0.5x + 3$, משוואת BC : $y = 2x - 3$. **ב.** $A(-6,0)$, $B(0,-3)$, $C(4,5)$, $D(0,3)$,

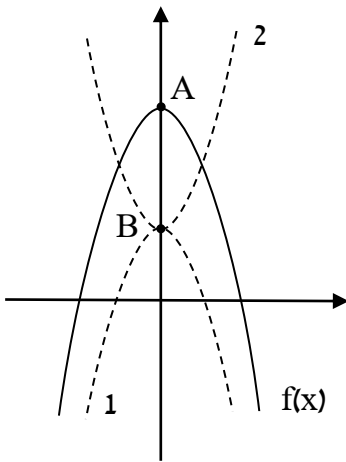
$E(1.5,0)$. **ג.** חיוביות: $1.5 < x$; שליליות: $x < 1.5$. **ד.** 1. **ה.** 9.75 יח"ר.

הפונקציה הריבועית



1. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x) = x^2 - 4x$. השלימו:
- גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודות _____ ו- _____.
 - שיעור ה- x של קודקוד הפרבולה הוא: _____.
 - שיעור ה- y של קודקוד הפרבולה הוא: _____.
 - הפונקציה חיובית בתחום: _____ ושלילית בתחום: _____.
 - הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום: _____ ויורדת בתחום: _____.

2. לפניכם הפרבולה $f(x) = -x^2 + 9$ בקו רצוף והגרפים 1 ו- 2 בקו מקווקו. נתון: $AB = 7$ יח'.



- א. מזיזים את הפונקציה אנכית כך שמתקבל גרף 1. איזו מהפונקציות הבאות מתאימה לגרף 1?

1. $g(x) = x^2 + 7$ 2. $g(x) = x^2 + 2$

3. $g(x) = -x^2 - 7$ 4. $g(x) = -x^2 + 2$

- ב. איזו מהפונקציות הבאות מתאימה לגרף 2?

1. $h(x) = -x^2 + 2$ 2. $h(x) = x^2 + 2$

3. $h(x) = -x^2 + 7$ 4. $h(x) = x^2 + 7$

3. נתונה הפרבולה $f(x) = -x^2 - 2x + 15$ שקודקודה A.

הפרבולה חותכת את הצירים בנקודות B, C ו-D כמתואר בשרטוט.

- א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.

ב. חשבו את אורך הקטע CD.

ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle ACO$.

ד. העבירו על גבי השרטוט את הישר BC.

מצאו את משוואת הישר העובר בנקודה D ומקביל לישר BC.

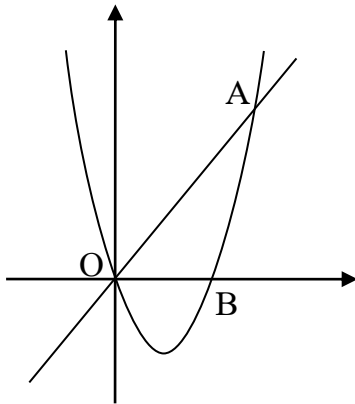
ה. מצאו באיזה תחום הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית.

תשובות: 1) א. $(0,0)$, $(4,0)$. **ב.** 2. **ג.** -4. **ד.** חיובית: $4 < x$ או $x < 0$; שלילית: $0 < x < 4$.

ה. עולה: $x < 2$; יורדת: $x > 2$. **א.** $A(-1,16)$, $B(0,15)$, $C(-5,0)$, $D(3,0)$. **ב.** 4. **ג.** 3. **ד.** 3.

ב. 8 יח' אורך. **ג.** 40 יח'ר. **ד.** $y = 3x - 9$. **ה.** $-1 < x < 3$.

פרבולה וישר



1. לפניכם גרף הפרבולה $f(x) = x^2 - 3x$ החותך את ציר ה- x בנקודה B

ובראשית הצירים O. הישר $g(x)$ ששיפועו 2 עובר דרך ראשית

הצירים וחותך את הפרבולה בנקודה A ששיעור ה- x שלה הוא 5.

א. מצאו את שיעור ה- y של הנקודה A.

ב. מצאו את משוואת הישר $g(x)$.

ג. חשבו את שטח המשולש ΔABO .

ד. הקיפו את שלוש הטענות הנכונות:

iii. $f(-1) \cdot g(-1) < 0$

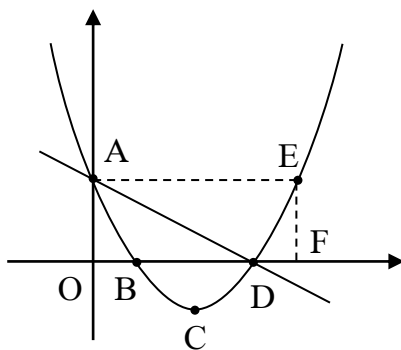
ii. $g(-2) < f(-2)$

i. $g(2) < f(2)$

vi. $g(4) < f(4)$

v. $0 < f(3) + g(3)$

iv. $f(6) < g(6)$



2. הישר $y = -x + 7$ והפרבולה: $g(x) = x^2 - 8x + 7$ שקודקודה

בנקודה C, חותכים את הצירים בנקודות A, B ו-D כמתואר

בשרטוט. הישרים AE ו-EF מקבילים לצירים.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E ו-F.

ב. חשבו את אורכי הקטעים AD ו-AF.

ג. קבעו אם הישרים BC ו-CD מאונכים זה לזה. נמקו.

ד. חשבו את שטח המשולש ΔABD .

ה. מצאו עבור אילו ערכי k נחתכים גרף הפרבולה $g(x)$ והישר $y = k$ בשתי נקודות שונות.

תשובות:

1 א. $y_A = 10$. ב. $g(x) = 2x$. ג. 15 יח"ר. ד. ii, iii ו-v.

2 א. $A(0,7), B(1,0), C(4,-9), D(7,0), E(8,7), F(8,0)$.

ב. 10.63 יח' אורך AF, 9.9 יח' אורך AD. ג. אינם מאונכים. מכפלת השיפועים אינה -1.

ד. 21 יח"ר. ה. $-9 < k$.

שתי פרבולות

נתונים הגרפים של הפונקציות הריבועיות:

$$g(x) = -(x+1)(x-5), f(x) = x^2 - 8x + 15$$

א. קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.

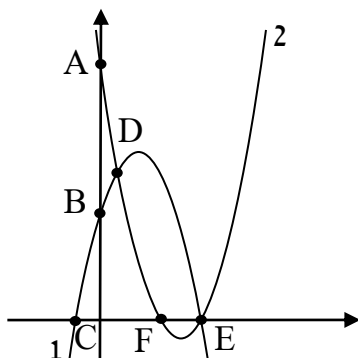
ב. הפרבולות חותכות זו את זו ואת הצירים בנקודות A, B, C, D, E ו-F.

השלימו את שיעורי הנקודות:

$$A(_, _), B(_, _), C(_, _), D(_, _), E(_, _), F(_, _)$$

ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.

ד. חשבו את המרחק בין צירי הסימטריה של הפרבולות.

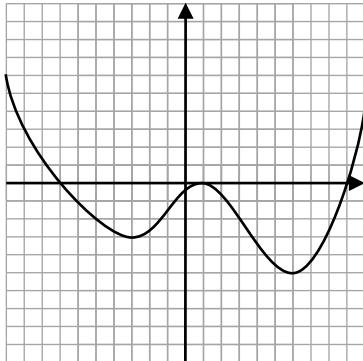


תשובות:

א. גרף 1: $g(x)$. גרף 2: $f(x)$. ב. $A(0,15), B(0,5), C(-1,0), D(1,8), E(5,0), F(3,0)$.

ג. 24 יח"ר. ד. 2 יח' אורך.

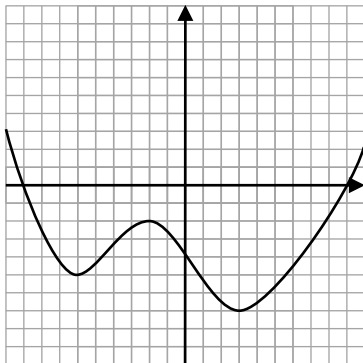
פונקציה כללית - גרף הפונקציה ותכונותיו

1. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

א. עבור כל טענה קבעו האם היא נכונה או שגויה. הסבירו:

i. הפונקציה $f(x)$ אינה זוגית ואינה אי זוגית.ii. מתקיים: $f(-1) \cdot f(4) < 0$.iii. אחד מפתרונות המשוואה $f(x) = 1$ הוא שלילי.ב. מצאו את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ שלילית ויורדת.ג. נתונות המשוואה הראשונה: $f(x) = -1$ והשנייה: $f(x) = -3$.

קבעו לאיזה משוואה יש יותר פתרונות. נמקו את תשובתכם.

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.ב. קבעו עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרףהפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.ג. לירוי טען: "רוב פתרונות המשוואה: $f(x) = -3$ הם שליליים".

האם לירוי צודק? נמקו את תשובתכם.

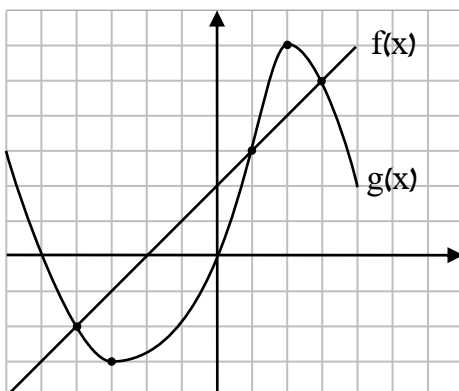
ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.1. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה: $g(x) = 1$.2. מצאו את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה $g(x)$.3. במערכת הצירים שלפניכם מופיעים הישר $f(x)$ וגרףהפונקציה $g(x)$ בתחום: $-6 \leq x \leq 4$.

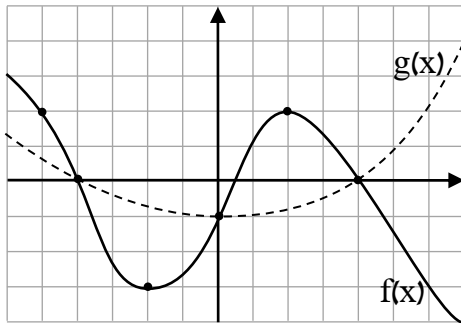
א. מצאו את משוואת הישר.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.ג. פתרו את המשוואה: $f(x) = g(x)$.ד. פתרו את אי השוויון: $x + 2 < g(x)$.

ה. מצאו באיזה תחום שתי הפונקציות עולות.

ו. מצאו באיזה תחום שתי הפונקציות שליליות.





4. לפניכם הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

א. השלימו:

1. $f(0) = \square$ 2. $g(0) = \square$

3. $f(-2) = \square$ 4. $g(-4) = \square$

ב. לפניכם רשימת תכונות. הקיפו את הפונקציה

- $f(x)$ או $g(x)$ - שאותה מתארת כל תכונה:

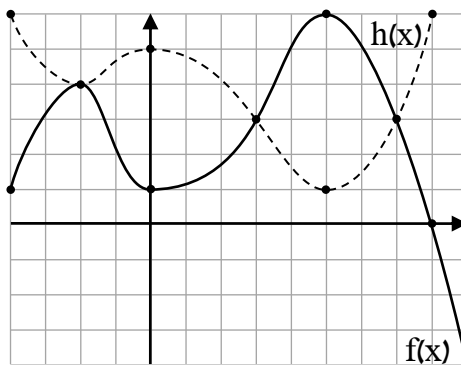
1. בתחום $4 < x < 5$ הפונקציה שלילית. $g(x)/f(x)$

2. בתחום $-2 < x < 0$ הפונקציה עולה. $g(x)/f(x)$

3. בתחום $1 < x < 3$ הפונקציה שלילית ועולה. $g(x)/f(x)$

ג. פתרו את אי השוויון: $f(x) \leq g(x)$.

ד. פתרו את המשוואה: $f(x) = 2$.



5. לפניכם הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$.

א. מצאו את פתרונות המשוואה: $f(x) = h(x)$.

ב. פתרו את האי שוויון: $h(x) < f(x)$.

ג. קבעו אילו טענות נכונות עבור שתי הפונקציות:

i. הפונקציה חיובית בתחום: $1 < x < 5$.

ii. הפונקציה עולה בתחום: $-2 < x < 0$.

iii. הישר $y = 4$ פוגש את גרף הפונקציה בשלוש נקודות.

iv. הישר $x = 4$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת.

תשובות:

1. א. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה. ב. $1 < x < 6$ או $-7 < x < -3$. ג. לראשונה: $f(x) = -1$.

2. א. עליה: $3 < x$ או $-6 < x < -2$; ירידה: $-2 < x < 3$ או $x < -6$. ב. $k = -2, -5$. ג. לירוי צודק.

ד. 1. ארבעה. 2. $(-9, 0)$, $(-2, 2)$, $(9, 0)$.

3. א. $y = x + 2$. ב. עליה: $-3 < x < 2$; ירידה: $2 < x < 4$ או $-6 < x < -3$. ג. $x = -4, 1, 3$. ד. $1 < x < 3$ או

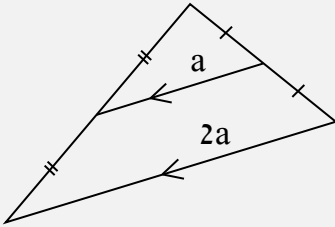
4. א. 1. $-6 < x < -4$. ה. $-3 < x < 2$. ו. $-5 < x < -2$. 2. -1 . 3. -1 . 4. 0 . 5. $f(x)$.

2. $f(x)$. 3. $g(x)$. ג. $4 \leq x$ או $-4 \leq x \leq 0$. ד. $x = -5, 2$.

5. א. $x = -2, 3, 7$. ב. $3 < x < 7$. ג. i, iii ו-iv.

קטע אמצעים במשולש

קטע אמצעים במשולש הוא קטע המחבר בין אמצעי שתי צלעות במשולש.



- קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
- ההפוך: ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שנייה, חוצה את הצלע השלישית.
- קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.

1. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.

הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

א. הוכיחו: המרובע BCOE הוא טרפז.

ב. נתון שהטרפז BCOE הוא שווה שוקיים.

חשבו את הזווית $\angle CBO$.

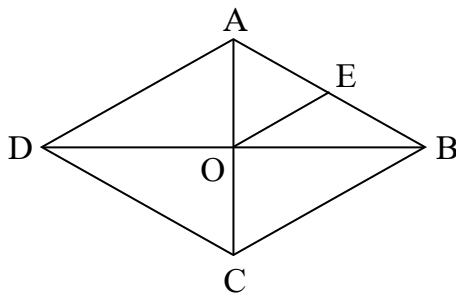
ג. הסבירו מדוע המשולש $\triangle AOE$ הוא שווה צלעות.

ד. נסמן: $EO = p$.

בחרו את התשובה הנכונה:

היקף המעוין ABCD הוא:

i. $2p$ ii. $4p$ iii. $6p$ iv. $8p$



2. נתונה המקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה E.

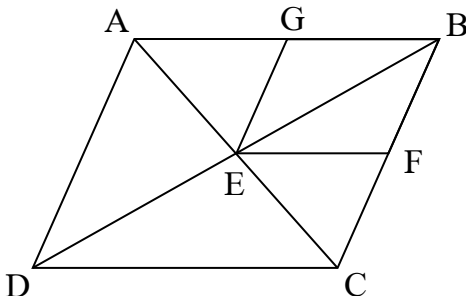
הנקודות G ו-F נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו-BC.

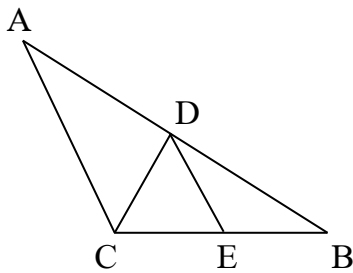
נתון: $AG = BG$, $EF \parallel CD$.

א. הוכיחו: המרובע BGFE הוא מקבילית.

ב. נתון שהיקף המקבילית BGFE הוא 20 ס"מ.

חשבו את היקף המקבילית ABCD.





3. הישר CD הוא הגובה לבסיס AB במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$.

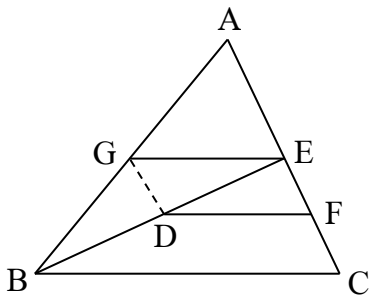
הנקודה E נמצאת על הצלע BC.

נתון: $\angle ACD = \angle CDE$.

א. הוכיחו: $CE = BE$.

ב. נתון: $AB = 16$ ס"מ, $CE = 5$ ס"מ.

חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.



4. הישר GE הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.

הנקודות D ו-F הן אמצעי הקטעים BE ו-CE בהתאמה.

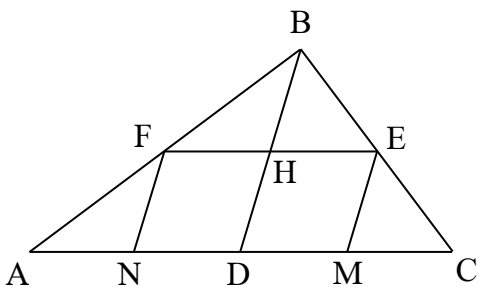
א. הוכיחו:

1. $GE \parallel DF$

2. המרובע GEFD הוא מקבילית

ב. נתון: היקף המשולש $\triangle DEF$ הוא 12 ס"מ.

חשבו את היקף המשולש $\triangle BCE$.



5. הישר BD הוא תיכון ליתר במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$.

הישרים EM ו-FN הם קטעי אמצעים במשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ABD$ בהתאמה.

א. הוכיחו: EHDH מעוין.

ב. נתון: $AB = 16$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ.

חשבו את היקף המעוין EHDH.

תשובות:

(1) ב. 30° . ד. iv.

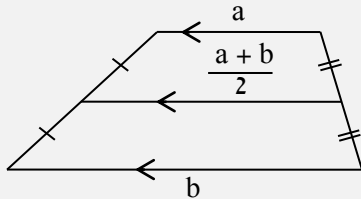
(2) ב. 40 ס"מ.

(3) ב. 48 סמ"ר.

(4) ב. 24 ס"מ.

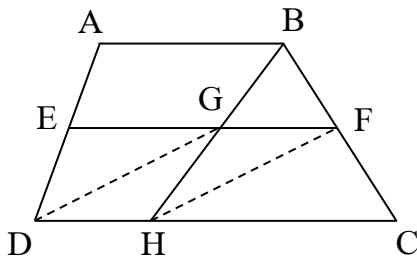
(5) ב. 20 ס"מ.

קטע אמצעים בטרפז

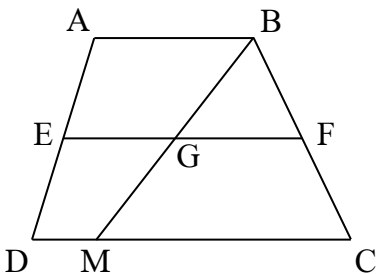


קטע האמצעים בטרפז מחבר את אמצעי שתי שוקי הטרפז.

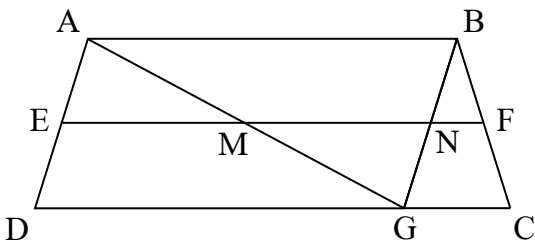
- קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- **(הפוך):** בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים חוצה את השוק השנייה.



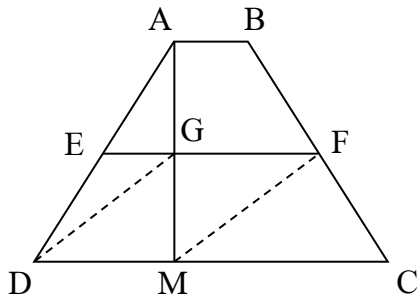
1. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD. הנקודה H נמצאת על הבסיס CD. הישרים BH ו-EF נחתכים בנקודה G. נתון: $\angle DGH = \angle GHF$.
 א. הוכיחו: GFHD מקבילית.
 ב. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $CH = 8$ ס"מ.
 חשבו את אורך הקטע EG.



2. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD. הנקודה M נמצאת על הבסיס CD. הישרים BM ו-EF נחתכים בנקודה G. נתון: $GF = EG$.
 א. הוכיחו: BEMF מקבילית.
 ב. נתון: $CD = 10$ ס"מ, $AB = 3DM$.
 חשבו את אורך הקטע GF.



3. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD. הנקודה G נמצאת על הבסיס CD כך ש: $DG = AB$. הישר EF חותך את הקטעים AG ו-BG בנקודות M ו-N בהתאמה.
 א. הוכיחו: $EM = MN$.
 ב. נתון: $ME = 3NF$.
 הוכיחו: $DG = 3CG$.



4. הנקודות E ו-F נמצאות על שוקי הטרפז ABCD כמתואר בשרטוט.

הקטע EF חותך את גובה הטרפז AM בנקודה G.

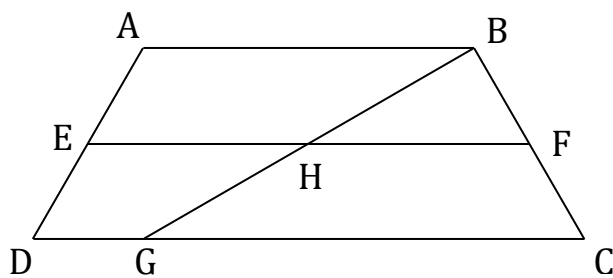
נתון: $BF = CF$.

המרובע DMFG הוא מקבילית.

א. הוכיחו: $AE = DE$.

ב. נתון: המרובע ABGE הוא מקבילית.

הוכיחו: $CM = 3EG$.



5. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז שווה השוקיים

ABCD. הנקודה G נמצאת על הבסיס CD.

הישר BG חוצה את הקטע EF בנקודה H.

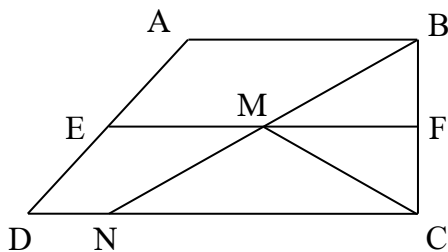
נתון: $\angle BCD = 60^\circ$, $BG \perp BC$.

א. נסמן: $CF = a$.

הביעו באמצעות a את אורך EH.

ב. נתון: היקף הטרפז ABFE הוא 18 ס"מ. חשבו את היקף הטרפז CDEF.

(הדרכה: העבירו את הקטע EG).



6. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ישר הזווית ABCD

($CD \perp BC$). הנקודה N נמצאת על הבסיס CD.

הישר BN חותך את הקטע EF בנקודה M.

א. הוכיחו: $MN = CM$.

ב. נתון: $ME = MF$, $AB = 3DN$.

הוכיחו: $CN = 4DN$.

ג. נתון: $BN = 12$ ס"מ, $CF = 3$ ס"מ.

אילו מהגדלים הבאים ניתן לחשב בעזרת הנתונים? אין צורך לחשב אותם.

i. MF ii. $S_{\triangle BCN}$ iii. גודל הזווית $\angle BNC$ iv. גודל הזווית $\angle AEF$

תשובות:

(1) ב. 5 ס"מ. (2) ב. 4 ס"מ. (5) א. 2a. ב. 22 ס"מ. (6) ג. i, ii, iii.